

PENERAPAN MODEL PEMBELAJARAN *PACE* DALAM MENINGKATKAN KEMAMPUAN MEMBUKTIKAN MATEMATIS

Andri Suryana

Universitas Indraprasta PGRI Jakarta

andri_16061983@yahoo.com

Abstrak

Pada level perguruan tinggi, banyak mata kuliah yang menekankan pada aspek pembuktian matematis, baik dalam membaca bukti maupun mengkonstruksi bukti. Pembuktian memainkan peranan penting dalam matematika. Adapun peranannya adalah untuk memverifikasi kebenaran pernyataan matematika, menghilangkan ketidakpastian tentang proposisi matematika, dan meyakinkan suatu pernyataan. Namun kenyataannya, sebagian besar mahasiswa mengalami kesulitan dalam memahami dan mengkonstruksi bukti. Salah satu model untuk dapat meningkatkan kemampuan membuktikan matematis adalah Model *PACE*. Model *PACE* merupakan salah satu model pembelajaran berlandaskan konstruktivisme yang memiliki tahap/fase: Proyek (*Project*), Aktivitas (*Activity*), Pembelajaran kooperatif (*Cooperative Learning*) dan Latihan (*Exercise*). Model tersebut penting untuk diterapkan dalam pembelajaran matematika, karena dapat meningkatkan kemampuan membuktikan matematis.

Kata Kunci: Kemampuan Membuktikan Matematis, Model Pembelajaran *PACE*

A. PENDAHULUAN

Latar Belakang

Materi matematika untuk level perguruan tinggi sulit untuk dipelajari karena materi yang disajikan lebih bersifat abstrak. Dalam mempelajari matematika, mahasiswa membutuhkan kemampuan-kemampuan matematis, diantaranya adalah kemampuan pembuktian matematis. Jastifikasi atau pembuktian merupakan proses bermatematika yang dipandang sulit (Suryadi, 2007). Kesulitan mahasiswa dalam menyusun bukti disebabkan oleh: (1) mahasiswa tidak memahami dan tidak dapat menyatakan definisi; (2) mahasiswa mempunyai keterbatasan intuisi yang terkait dengan konsep; (3) gambaran konsep yang dimiliki oleh mahasiswa tidak memadai untuk menyusun suatu pembuktian; (4) mahasiswa tidak mampu, atau tidak mempunyai kemauan membangun suatu contoh sendiri untuk memperjelas pembuktian; (5) mahasiswa tidak tahu bagaimana memanfaatkan definisi untuk menyusun bukti lengkap; (6) mahasiswa tidak memahami penggunaan bahasa dan notasi matematis; serta (7) mahasiswa tidak tahu cara mengawali pembuktian (Moore dalam Van Spronsen, 2008).

Salah satu mata kuliah di Program Studi Pendidikan Matematika yang membutuhkan kemampuan membuktikan matematis adalah Statistika Matematika. Statistik Matematika merupakan mata kuliah yang dianggap sulit oleh mahasiswa. Mereka mengalami kelemahan dalam proses pembuktian matematis (Petocz & Smith, 2007). Berdasarkan hasil temuan di salah satu perguruan tinggi di Jakarta, mahasiswa mengalami kesulitan dalam membaca bukti dan menyusun bukti. Dalam membaca bukti, mereka kesulitan memahami keterkaitan antar konsep. Pada saat menyusun bukti pun mereka cenderung mengalami kebingungan dalam mengawali proses pembuktian dan tidak tahu bagaimana memanfaatkan definisi untuk menyusun bukti lengkap.

Makalah dipresentasikan dalam Seminar Nasional Matematika dan Pendidikan Matematika dengan tema "*Penguatan Peran Matematika dan Pendidikan Matematika untuk Indonesia yang Lebih Baik*" pada tanggal 9 November 2013 di Jurusan Pendidikan Matematika FMIPA UNY

Untuk meningkatkan kemampuan membuktikan matematis dalam Mata Kuliah Statistika Matematika, maka diperlukan upaya yang sungguh-sungguh oleh dosen untuk mengelola pembelajaran dengan memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk secara aktif terlibat dalam pengkajian materi dan dapat mengkonstruksi konsep-konsep dengan kemampuan sendiri. Salah satu model yang menganut teori belajar konstruktivisme yang menekankan keterlibatan aktif mahasiswa adalah pembelajaran Model *PACE*. Model *PACE* dikembangkan oleh Lee (1999) yang merupakan singkatan dari Proyek (*Project*), Aktivitas (*Activity*), Pembelajaran kooperatif (*Cooperative Learning*) dan Latihan (*Exercise*). Mahasiswa yang diajarkan oleh Model *PACE* jauh lebih terlibat dalam pembelajaran aktif melalui kerja kelompok dan diskusi kelas (Lee, 1999). Dikarenakan pentingnya hal tersebut dalam pembelajaran matematika, maka akan dikaji lebih jauh secara teoritis mengenai penerapan Model *PACE* dalam meningkatkan kemampuan membuktikan matematis.

Rumusan Masalah

Adapun permasalahannya adalah “bagaimanakah penerapan Model Pembelajaran *PACE* dalam meningkatkan kemampuan membuktikan matematis?”.

Tujuan

Tujuan dari kajian ini adalah untuk mengetahui penerapan Model Pembelajaran *PACE* dalam meningkatkan kemampuan membuktikan matematis.

Manfaat

Melalui kajian mengenai penerapan model pembelajaran *PACE* dalam meningkatkan kemampuan membuktikan matematis, diharapkan dapat menjadi suatu referensi serta wacana bagi para praktisi pendidikan matematika dalam upaya meningkatkan kualitas pembelajaran yang lebih efektif dan efisien.

B. PEMBAHASAN

Kemampuan Membuktikan Matematis

Hanna dan barbeau (dalam VanSpronsen, 2008) menyatakan bahwa bukti adalah langkah-langkah yang bersifat logis dari apa yang diketahui untuk mencapai suatu kesimpulan dengan menggunakan aturan inferensia yang dapat diterima. Pembuktian memainkan peranan penting dalam matematika. Secara tradisional, peran bukti adalah untuk memverifikasi kebenaran pernyataan matematika. Bukti ini digunakan untuk menghilangkan ketidakpastian tentang proposisi matematika dan meyakinkan suatu pernyataan.

Metode pembuktian dikembangkan bertujuan untuk meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam memahami pembuktian, dan mengerjakan (membuktikan) suatu pernyataan matematika. Menurut Sumarmo (2011), terdapat dua kemampuan dalam pembuktian matematis, yaitu:

1) Kemampuan membaca bukti

Kemampuan membaca bukti adalah kemampuan menemukan kebenaran dan/atau kesalahan dari suatu pembuktian serta kemampuan memberikan alasan setiap langkah pembuktian.

Contoh:

Perhatikanlah pernyataan dan bukti berikut ini.

Pernyataan:

Jika $A_i, i = 1, 2, \dots$ adalah kejadian-kejadian saling lepas dan B adalah suatu kejadian, maka

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i | B\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i | B)$$

Bukti:

$$\begin{aligned}
 P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \mid B\right) &= \frac{P\left(\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) \cap B\right)}{P(B)} \\
 &= \frac{P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} (A_i \cap B)\right)}{P(B)} \\
 &= \frac{\sum_{n=1}^{\infty} P(A_i \cap B)}{P(B)} \\
 &= \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i \mid B)
 \end{aligned}$$

(Sumber: Ross, 2000)

Pertanyaan:

Cermatilah alur pembuktian di atas. Berikanlah alasan setiap langkah dari pembuktian di atas.

Penyelesaian:

Bukti:

$$P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \mid B\right) = \frac{P\left(\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) \cap B\right)}{P(B)}$$

Alasan: sesuai definisi peluang bersyarat

$$= \frac{P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} (A_i \cap B)\right)}{P(B)}$$

Alasan: sesuai dengan sifat distributif, yaitu :

$$\begin{aligned}
 \frac{P\left(\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) \cap B\right)}{P(B)} &= \frac{P\left((A_1 \cup A_2 \dots \cup A_{\infty}) \cap B\right)}{P(B)} \\
 &= \frac{P\left((A_1 \cap B) \cup (A_2 \cap B) \cup \dots \cup (A_{\infty} \cap B)\right)}{P(B)} \\
 &= \frac{P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} (A_i \cap B)\right)}{P(B)}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{\sum_{n=1}^{\infty} P(A_i \cap B)}{P(B)}$$

Alasan: sesuai teorema, yaitu $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$

$$= \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i|B)$$

Alasan: sesuai definisi peluang bersyarat

2) Kemampuan mengkonstruksi bukti

Kemampuan mengkonstruksi bukti adalah kemampuan menyusun suatu bukti pernyataan matematik berdasarkan definisi, prinsip, dan teorema serta menuliskannya dalam bentuk pembuktian lengkap (pembuktian langsung atau tak langsung). Dalam mengkontruksi bukti matematis, mahasiswa harus memiliki kemampuan-kemampuan dalam proses pembuktian matematika.

Adapun kemampuan tersebut menurut Sumarmo (2011) meliputi:

- a) Mengidentifikasi premis beserta implikasinya dan kondisi yang mendukung;
- b) Mengorganisasikan dan memanipulasi fakta untuk menunjukkan kebenaran suatu pernyataan;
- c) Membuat koneksi antara fakta dengan unsur dari konklusi yang hendak dibuktikan.

Contoh:

Jika X adalah peubah acak kontinu yang menyebar Beta dengan parameter $B(\alpha, \beta)$, maka buktikanlah bahwa:

$$E(X^3) = \frac{\Gamma(\alpha+3)\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\alpha+\beta+3)}.$$

Bukti:

Diketahui X adalah peubah acak kontinu yang menyebar Beta dengan parameter $B(\alpha, \beta)$.

$$\begin{aligned} E(X^3) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^3 f(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^0 x^3 f(x) dx + \int_0^1 x^3 f(x) dx + \int_1^{\infty} x^3 f(x) dx \\ &= \int_{-\infty}^0 x^3 (0) dx + \int_0^1 x^3 f(x) dx + \int_1^{\infty} x^3 (0) dx \\ &= \int_0^1 x^3 f(x) dx \\ &= \int_0^1 x^3 \left(\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} \right) dx \\ &= \frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)} \int_0^1 x^{(\alpha+3)-1} (1-x)^{\beta-1} dx \\ \text{Karena } \int_0^1 x^{\alpha-1} (1-x)^{\beta-1} dx &= \frac{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha+\beta)}, \text{ maka:} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\Gamma(\alpha + \beta) \Gamma(\alpha + 3) \Gamma(\beta)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\beta) \Gamma((\alpha + 3) + \beta)} \\
 &= \frac{\Gamma(\alpha + 3) \Gamma(\alpha + \beta)}{\Gamma(\alpha) \Gamma(\alpha + \beta + 3)}
 \end{aligned}$$

Terbukti.

Berdasarkan uraian di atas, maka kemampuan membuktikan matematis dalam kajian ini merupakan kemampuan membaca bukti dan mengkonstruksi bukti matematis, baik secara langsung maupun tidak langsung.

Model Pembelajaran *PACE*

Model *PACE* dikembangkan oleh Lee (1999) untuk pembelajaran statistika yang merupakan singkatan dari Proyek (*Project*), Aktivitas (*Activity*), Pembelajaran kooperatif (*Cooperative Learning*) dan Latihan (*Exercise*). Mahasiswa yang diajarkan oleh Model *PACE* jauh lebih terlibat dalam pembelajaran aktif melalui kerja kelompok dan diskusi kelas (Lee, 1999).

Model *PACE* didasarkan pada prinsip-prinsip: (1) mengutamakan pengkonstruksian pengetahuan sendiri melalui bimbingan, (2) praktik dan umpan balik merupakan unsur penting dalam mempertahankan konsep-konsep baru, serta (3) mengutamakan pembelajaran aktif dalam memecahkan suatu masalah. Teknologi komputer merupakan alat yang diperlukan dalam Model *PACE* (Lee, 1999).

Dalam kajian ini, Model *PACE* akan disesuaikan dengan karakteristik Mata Kuliah Statistika Matematika. Hal ini dikarenakan dalam mata kuliah tersebut jarang menggunakan teknologi komputer, justru lebih banyak membutuhkan analisis teori yang bersifat abstrak dan lebih menekankan pada aspek penalaran deduktif, maka Model *PACE* akan dilakukan *based paper*. Dengan kata lain, pembelajaran menggunakan Lembar Kerja Mahasiswa (LKM).

Proyek merupakan komponen penting dari Model *PACE*. Laviatan (2008) mengatakan bahwa proyek merupakan bentuk pembelajaran yang inovatif yang menekankan pada kegiatan kompleks dengan tujuan pemecahan masalah yang berdasarkan pada kegiatan inkuiri. Proyek dilakukan dalam bentuk kelompok. Mereka dapat memilih sendiri topik yang dianggap menarik. Mereka diminta untuk mencari solusi/penyelesaian dari permasalahan yang dipilihnya. Mereka diharuskan membuat laporan dari proyek yang dikerjakan. Dalam proyek ini, mahasiswa dituntut untuk terlibat secara aktif, kritis dan kreatif. Melalui proyek, mahasiswa lebih memahami konsep dan dapat meningkatkan retensinya serta dapat menggali kemampuan matematisnya, baik kemampuan kognitif maupun afektif.

Aktivitas dalam Model *PACE* bertujuan untuk mengenalkan mahasiswa terhadap informasi atau konsep-konsep yang baru. Hal ini dilakukan dengan memberikan tugas dalam bentuk Lembar Kerja Aktivitas (LKA) yang merupakan salah satu bentuk dari Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) untuk mempelajari materi. Melalui LKA, mahasiswa diberikan kesempatan untuk menemukan sendiri konsep yang akan dipelajari.

Pembelajaran kooperatif dalam Model *PACE* dilaksanakan di kelas. Pada pembelajaran tersebut, mahasiswa bekerja di dalam kelompok dan harus mendiskusikan solusi dari permasalahan dalam Lembar Kerja Diskusi (LKD). LKD merupakan bentuk dari Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) untuk mempelajari materi selain LKA. Melalui LKD, mahasiswa berkesempatan untuk mengemukakan temuan-temuan yang diperoleh pada saat diskusi. Selama diskusi, terjadi pertukaran informasi yang saling melengkapi sehingga mahasiswa mempunyai pemahaman yang benar terhadap suatu konsep.

Latihan dalam Model *PACE* bertujuan untuk memperkuat konsep-konsep yang telah dikonstruksi pada tahap aktivitas dan pembelajaran kooperatif dalam bentuk penyelesaian soal-soal. Latihan ini diberikan kepada mahasiswa berupa tugas tambahan yang termuat dalam Lembar Kerja Latihan (LKL) agar penguasaan terhadap materi lebih baik lagi. Tahap latihan

berkaitan dengan refleksi seperti dalam Polya pada langkah ke-4 nya, yaitu memeriksa kembali hasil dan proses (Polya, 1981:16).

Berdasarkan penjelasan di atas, Model *PACE* dalam kajian ini merupakan salah satu model pembelajaran berlandaskan konstruktivisme yang memiliki tahap/fase: Proyek (*Project*), Aktivitas (*Activity*), Pembelajaran kooperatif (*Cooperative Learning*) dan Latihan (*Exercise*) dengan menggunakan Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) dalam proses pembelajarannya.

Penerapan Model Pembelajaran *PACE* dalam meningkatkan Kemampuan Membuktikan Matematis

Penerapan Model *PACE* dalam meningkatkan *Self-Renewal Capacity* terlihat dari langkah-langkah pembelajarannya, yaitu:

- 1) Dalam tahap aktivitas, dosen membahas LKA (Lembar Kerja Aktivitas) secara klasikal yang dikerjakan oleh mahasiswa di rumah dengan memperhatikan peran aktif mahasiswa agar tidak terjadi miskonsepsi. Adapun contohnya adalah sebagai berikut:

- a) Uraikanlah mengenai Medan- σ .
Berikanlah contohnya.
- b) Uraikanlah mengenai aksioma peluang.
- c) Uraikanlah mengenai Peluang dari kejadian A .
- d) Uraikanlah mengenai teorema-teorema dasar peluang.
- e) Perhatikanlah pernyataan dan bukti berikut ini.

Pernyataan:

Jika A dan $B \in \Omega$ dan $A \subset B$ maka $P(A) \leq P(B)$.

Bukti:

$$B = A \cup (B \cap A^c)$$

$$P(B) = P(A \cup (B \cap A^c))$$

$$P(B) = P(A) + P(B \cap A^c)$$

$$P(B) \geq P(A)$$

Pertanyaan:

Berdasarkan konsep yang diperoleh dari bagian a) sampai d), berikanlah alasan setiap langkah dari pembuktian di atas.

Berdasarkan soal bagian a) sampai d), terlihat bahwa mahasiswa dituntut untuk menguraikan materi sebagai sarana untuk memperkenalkan informasi atau konsep-konsep yang baru. Untuk menyelesaikan soal bagian e), mahasiswa membutuhkan informasi yang ada dari uraian sebelumnya. Soal yang diberikan berkategori sedang. Soal yang disajikan pada tahap ini biasanya untuk mengungkap kemampuan membaca bukti matematis.

- 2) Dalam tahap pembelajaran kooperatif, dosen memberikan LKD (Lembar Kerja Diskusi) ke setiap kelompok terkait dengan materi yang dibahas. Ini merupakan kelanjutan dari LKA dan memiliki tingkat kesulitan yang lebih tinggi. Dalam tahap ini, kemampuan yang diungkap adalah kemampuan membaca bukti dan mengkonstruksi bukti. Adapun contohnya adalah sebagai berikut:

- a) Perhatikanlah pernyataan dan bukti berikut ini.

Pernyataan:

Misalkan X adalah sebaran binomial dengan parameter n dan p , maka $E[X] = np$.

Bukti:

$$\begin{aligned}
 E[X] &= \sum_{i=0}^n ip(i) \\
 &= \sum_{i=0}^n i \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} \\
 &= \sum_{i=0}^n i \left(\frac{n!}{i!(n-i)!} \right) p^i (1-p)^{n-i} \\
 &= \sum_{i=0}^n \left(\frac{n!}{(i+1)!(n-i)!} \right) p^i (1-p)^{n-i} \\
 &= np \sum_{i=0}^n \left(\frac{1}{(i+1)!(n-i)!} \right) p^i (1-p)^{n-i} \\
 &= np \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} p^k (1-p)^{n-1-k} \quad \text{dengan } k = i-1 \\
 &= np [p + (1-p)]^{n-1} \\
 &= np
 \end{aligned}$$

Pertanyaan:

Cermatilah alur pembuktian di atas. Apakah proses pembuktian tersebut benar? Berikanlah penjelasan Anda.

- b) Jika f_1, f_2, f_3, f_4 adalah empat fungsi massa peluang serta $\alpha_1 \geq 0, \alpha_2 \geq 0, \alpha_3 \geq 0, \alpha_4 \geq 0$ adalah sembarang bilangan real sehingga $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 = 1$, maka buktikanlah bahwa $\alpha_1 f_1 + \alpha_2 f_2 + \alpha_3 f_3 + \alpha_4 f_4$ juga merupakan fungsi massa peluang.

Pada tahap ini, mahasiswa berkesempatan untuk mengemukakan temuan-temuan yang diperoleh pada saat diskusi agar terjadi pertukaran informasi sehingga terbentuk pemahaman yang benar terhadap suatu konsep.

- 3) Dalam tahap latihan, dosen memberikan tugas tambahan untuk memperkuat konsep-konsep yang telah dikonstruksi pada tahap aktivitas dan pembelajaran kooperatif dalam bentuk penyelesaian soal-soal. Melalui tahap ini, mahasiswa diminta mencoba berbagai tipe soal agar memperkuat konsep.
- 4) Pada tahap proyek, dosen memberikan tugas proyek kepada mahasiswa yang dikerjakan dalam bentuk kelompok. Mahasiswa dapat memilih sendiri topik yang dianggap menarik sesuai dengan materi. Mereka diminta untuk mencari solusi/penyelesaian dari permasalahan yang dipilihnya. Mereka diharuskan membuat laporan dari proyek yang dikerjakan dan dikumpulkan pada waktu tertentu sesuai dengan kesepakatan antara dosen dan mahasiswa.

Selain tahapan-tahapan di atas, penerapan Model *PACE* dalam meningkatkan kemampuan membuktikan matematis dapat dilihat dari sudut pandang Mata Kuliah Statistika Matematika. Petocz & Smith (2007) mengatakan bahwa untuk mengatasi kesulitan dalam mempelajari Mata Kuliah Statistika Matematika, diperlukan lembar kerja. Hal ini sesuai dengan Model *PACE* yang menggunakan Lembar Kerja Mahasiswa (LKM) dalam meningkatkan kemampuan membuktikan matematis. Berdasarkan tahap-tahapan dan pendapat ahli di atas, terlihat secara teori bahwa Model *PACE* dapat diterapkan untuk meningkatkan kemampuan membuktikan matematis dalam Mata Kuliah Statistika Matematika.

C. SIMPULAN

Karakter Mata Kuliah Statistika Matematika yang bersifat abstrak, menekankan pada aspek penalaran deduktif, dan memerlukan pemahaman secara analitik menuntut mahasiswa memiliki mental yang kuat dalam mempelajarinya. Mahasiswa dituntut untuk menggali kemampuan membuktikan matematisnya. Salah satu model untuk dapat meningkatkan kemampuan membuktikan matematis adalah Model *PACE*. Model *PACE* merupakan salah satu model pembelajaran berlandaskan konstruktivisme yang memiliki tahap/fase: Proyek (*Project*), Aktivitas (*Activity*), Pembelajaran kooperatif (*Cooperative Learning*) dan Latihan (*Exercise*). Melalui kajian ini, diharapkan dapat dikembangkan ke arah penelitian lebih lanjut.

D. DAFTAR PUSTAKA

- Herrhyanto, Nar & Tuti G. 2009. *Pengantar Statistika Matematis*. Bandung: Yrama Widya.
- Laviatan, T. 2008. *Innovative Teaching and Assessment Method: QBI and Project Based Learning*. Mathematics Education Research Journal, Vol 10, 2, 105-116.
- Lee, Carl. 1999. *An Assesment of the PACE Strategy for an introduction statistics Course*. USA: Central Michigan University.
- Petocz, P. & N. Smith. 2007. *Materials for Learning Mathematical Statistics*. Sydney: University of Technology.
- Polya, G. 1981. *Mathematical Discovery : On Understanding, Learning, and Teaching Problem Solving*. New York : John Wiley Inc.
- Ross, S. M. 2000. *Introduction to Probability Models*. Ed. ke-7. San Diego: Academic Press.
- Sumarmo, U. 2011. *Advanced Mathematical Thinking dan Habit of Mind Mahasiswa (Bahan Kuliah)*. PPS UPI Bandung: tidak diterbitkan.
- Suryadi, D. 2007. *Model Bahan Ajar Dan Kerangka-Kerja Pedagogis Matematika Untuk Menumbuhkembangkan Kemampuan Berpikir Matematik Tingkat Tinggi*. Laporan Penelitian: Tersedia di: <http://didi-suryadi.staf.upi.edu/artikel/>. Html [16 Maret 2012]
- Van Spronsen, H. D. 2008. *Proof Processes of Novice Mathematics Proof Writers*. Disertasi. Missoula: Tidak dipublikasikan.